Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016», 25–27 травня 2016 р., Львів

УДК 539.3

КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН З МНОЖИНОЮ ОТВОРІВ ДОВІЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ

Тетяна Шопа

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, tetyana.sh@gmail.com

Розглянуто задачу про усталені коливання ортотропної пластини, яка має N отворів, в рамках теорії, яка враховує деформації поперечного зсуву. Контурами отворів є криві $L^{(j)}$, $j=\overline{1,N}$. Зовнішня границя пластини є також довільної форми, а її контуром – три взаємодоповнюючі криві $L^{(N+1)}$, $L^{(N+2)}$ та $L^{(N+3)}$. Декартову систему координат розміщено в уявно розширеній прямокутній області Π, яка містить розглядувану багатозв'язну область Ω. Координатні лінії системи координат співпадають з осями ортотропії матеріалу пластини. Використано позначення статті [1].

Система диференціальних рівнянь у випадку згинних коливань така:

$$[\mathbf{L}]\mathbf{U}=0, \quad \mathbf{U}=\{w,\gamma_1,\gamma_2\}^{\mathrm{T}}, \ \mathbf{L}_{11}=\Lambda_1\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2}+\Lambda_2\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2}-2h\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$\mathbf{L}_{22}=D_1\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2}+D_{12}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2}-\Lambda_1-\frac{2h^3}{3}\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \ \mathbf{L}_{12}=-\mathbf{L}_{21}=\Lambda_1\frac{\partial}{\partial\alpha_1},$$

$$\mathbf{L}_{33}=D_{12}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2}+D_2\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2}-\Lambda_2-\frac{2h^3}{3}\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \ \mathbf{L}_{13}=-\mathbf{L}_{31}=\Lambda_2\frac{\partial}{\partial\alpha_2},$$

$$\mathbf{L}_{23}=(D_1\nu_{12}+D_{12})\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}, \ \mathbf{L}_{32}=(D_{12}+D_2\nu_{21})\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}. \qquad (1)$$

Крайові умови на зовнішній границі пластини та на множині отворів:

$$w=w_0^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \gamma_n=\gamma_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\gamma_\tau=\gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \ \alpha\in L^{(j)}, \ j=\overline{1,N_1}, \ \alpha\in L^{(N+1)}, \ j=N+1,$$

$$Q_n=Q_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad M_\tau=M_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$M_n=M_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \ \alpha\in L^{(j)}, \ j=\overline{N_1+1,N_1+N_2}, \ \alpha\in L^{(N+2)}, \ j=N+2,$$

$$w = w^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad M_n = M_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\gamma_\tau = \gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \; \alpha \in L^{(j)}, \; j = \overline{N_1 + N_2 + 1, N}, \alpha \in L^{(N+3)}, j = N + 3. \quad (2)$$

Система диференціальних рівнянь для дослідження осьових коливань:

$$[\mathbf{L}]\mathbf{U} = 0, \mathbf{U} = \{u_1, u_2\}^{\mathrm{T}}, \mathbf{L}_{12} = (B_1\nu_{12} + B_{12})\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}, \mathbf{L}_{21} = (B_{12} + B_2\nu_{21})\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2},$$

$$\mathbf{L}_{11} = B_1\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2} + B_{12}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2} - 2h\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \; \mathbf{L}_{22} = B_{12}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2} + B_2\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2} - 2h\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Крайові умови на зовнішній границі пластини та на множині отворів:

$$u_n = u_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), u_\tau = u_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \alpha \in L^{(j)}, \; j = \overline{1, N_1}, \alpha \in L^{(N+1)}, j = N + 1,$$

$$N_n = N_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \; N_\tau = N_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\alpha \in L^{(j)}, \; j = \overline{N_1 + 1, N_1 + N_2}, \; \alpha \in L^{(N+2)}, j = N + 2,$$

$$N_n = N_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), u_\tau = u_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\alpha \in L^{(j)}, \; j = \overline{N_1 + N_2 + 1, N}, \alpha \in L^{(N+3)}, j = N + 3. \quad (4)$$

Крайові задачі (1), (2) та (3), (4) розв'язано непрямим методом граничних елементів [1]. Функції Гріна побудовано на основі секвенціального подання дельта-функції Дірака та узагальненого методу рядів Фур'є. Системи інтегральних рівнянь розв'язано методом колокацій.

1. *Шопа Т.* Коливання ортотропної панелі подвійної кривини з множиною отворів довільної конфігурації // Вісник ТНТУ. − 2012. № 3. − С. 63-74.

VIBRATION OF ORTHOTROPIC PLATES WITH SET OF CUTOUTS OF ARBITRARY CONFIGURATION

In the framework of the refined theory, which takes into account transverse shear deformation, the solution of the problem on the steady state vibrations of the orthotropic plate with the arbitrary number of cutouts of the arbitrary geometrical form, orientation, and location is constructed. External boundary of the plate is of the arbitrary geometrical configuration. The arbitrary harmonic in time boundary conditions are considered both on the external boundary of the plate and on the contours of the cutouts. The solutions for both cases of flexural and axial vibrations are built on the basis of the indirect boundary elements method. The sequential approach to the representation of the Green's functions is used. Integral equations are solved by the collocation method.